

GeoGebra – stručný průvodce kurzem

Úvod

GeoGebra je program v oblasti dynamické geometrie (DGS), který v sobě zahrnuje i některé prvky počítačové algebry (CAS – Computer Algebra System). Je průběžně lokalizován do mnoha jazyků včetně češtiny. Je přehledný, má velmi intuitivní ovládání a rychle se vyvíjí – na webu (<http://www.geogebra.org>) se objevují stále nové verze (anglické, česká lokalizace se zpožděním). Program je volně dostupný pro nekomerční použití – viz licenční podmínky uvedené v prostředí programu. Návody jsou přístupné na adrese <http://www.geogebra.org/cms/help>.

Prostředí

S vytvářenými objekty se dá pracovat v **Grafickém okně (nákresně)** nebo v okně nazývaném **Algebra**. Lze také spolupracovat s **Tabulkou** (tabulkové zobrazení a zadání dat). Příkazy je možné (kromě nástrojů v menu **Grafického okna**) také zadávat pomocí **Příkazového řádku** (vstupního pole) a přidružených pomocných polí v dolní části okna. Kterýkoliv způsob zobrazení (kromě grafického) můžeme skrýt. **Nákresnu (Grafické okno)** lze posouvat myší (spolu s klávesou **Ctrl** nebo **Shift**) a přibližovat/vzdalovat ji kolečkem na myši.

Základní nastavení vzhledu objektů **Grafického okna** je ovlivněno volbami položek sady **Nastavení** z hlavní nabídky resp. panelu **Nákresna** v kontextovém menu **Grafického okna**.

The screenshot shows the GeoGebra interface with several components labeled in red:

- Hlavní panel nástrojů**: The main toolbar at the top.
- Grafické okno (nákresna)**: The central workspace showing a triangle with vertices A(-2, 2), B(2, -1), and C(1, 3). The sides are labeled a, b, and c.
- Okno Algebra**: The left sidebar showing a list of objects: Volné objekty (A, B, C) and Závislé objekty (a, b, c, mnohouhelník1).
- Tabulka**: The right sidebar showing a table with columns A and B.
- Příkazový řádek (vstupní pole)**: The bottom input field containing the formula $y = x^3$.
- Přidružená pomocná pole**: The bottom right area with dropdown menus for units and commands.

	A	B
1	0	0
2	0.2	0.04
3	0.4	0.16
4	0.6	0.36
5	0.8	0.64
6	1	1
7	1.2	1.44
8	1.4	1.96
9	1.6	2.56
10	1.8	3.24
11	2	4
12		
13		
14		

V režimu *výběru objektů* je každý vybraný prvek *zvýrazněn* – a to jak v grafickém, tak i v algebraickém okně. Práce v okně **Algebra** je mnohdy pohodlnější (např. skrývání/zobrazování objektů) než v **Grafickém okně**. Program podporuje ve stejné míře syntetický i algebraický přístup ke geometrickým objektům a navíc umožňuje vyhodnocování výrazů a některé algebraické úpravy, kalkulus, částečně práci s posloupnostmi a vektorový počet.

V okně **Algebry** je v každém okamžiku zřetelné rozdělení objektů na *volné* a *závislé*. Volné i závislé objekty je možno v jejich okně **Vlastnosti** (viz kontextové menu – pravé tlačítko myši) předefinovat (rovněž pomocí **dbiClick**). Lze také označit některé objekty jako pomocné. Pomocí zmíněného okna **Vlastnosti** lze nastavovat vlastnosti nejen pro vybraný objekt, ale pro celé třídy objektů současně (body, přímky). Způsob zobrazení v okně **Algebry** se dá měnit (kartézské \times polární souřadnice apod.)

Pokud vytváříme nové objekty pomocí **Příkazové řádky**, klávesa **F11** vyvolá nápovědu ke zvolenému příkazu. Nápověda obsahuje údaje o parametrech příkazu.

Okno **Tabulky** poskytuje funkce obvyklé v tabulkových kalkulátorech. Navíc v jeho buňkách mohou být nejen čísla, ale libovolné objekty GeoGebry. Na obsah libovolné buňky tabulky se lze odvolávat (pomocí její adresy) nejen ve vzorcích tabulky, ale i ve výrazech zadávaných do příkazového řádku.

GeoGebra dále poskytuje možnost *zobrazit zápis konstrukce*, vyznačit v něm tzv. *body zastavení* a pomocí něho konstrukci *krokovat* (přehrávat). Model s popisem konstrukce je možno exportovat jako html stránku, podobně jako samotný model.

Vlastní model GeoGebry lze *exportovat* jako html stránku nejen s nastavením popisu a informativních údajů, ale zejména s volbou přístupu uživatele. Je možné nechat uživateli volný přístup k modelu, takže do něho může vkládat vlastní konstrukce.

GeoGebra umožňuje také export obrázků v několika formátech a obsahuje podporu tisku obsahu grafického okna (v českém prostředí je tato volba skryta pod označením **Náhled**).

Součástí standardní nabídky GeoGebry je možnost *tvorby makrokonstrukcí* – tj. nových vlastních příkazů a možnost úpravy panelu nástrojů.

Ovládání

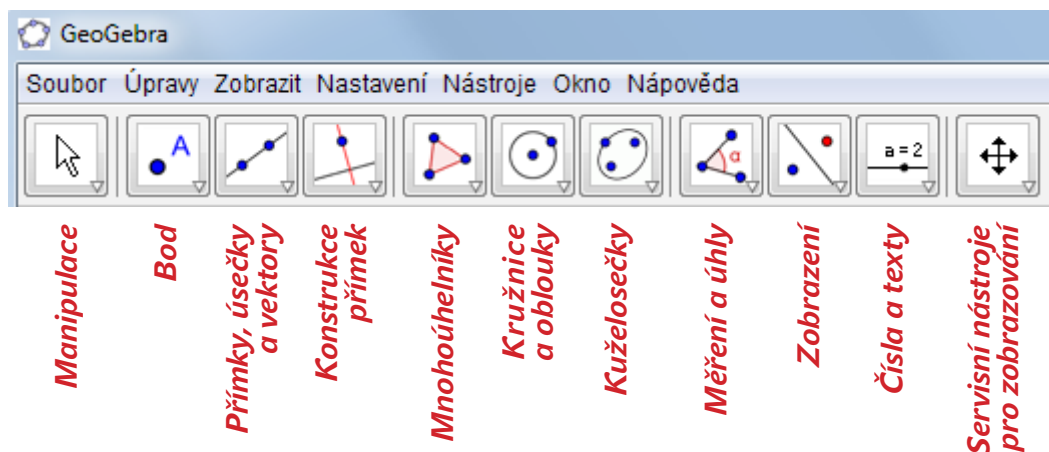
Výběr a kreslení myší, pohyb tažením či kurzorovými klávesami. Pokud po výběru objektu začneme psát na klávesnici, objekt se přejmenuje. Je možný *výběr několika objektů*: **Shift**, **Ctrl** nebo obdélníkový výběr myší v nákresně. Při pohybování pomocí kurzorových kláves: **Shift** *zjemňuje krok*, **Ctrl** *krok zvětšuje*.

Chceme-li v manipulačním režimu *posunout myší nákresnu*, stiskneme klávesu **Shift** nebo **Ctrl** => nebudeme posouvat vybraným objektem ale celou nákresnou. Pro mazání funguje klávesa **Delete** nebo příkaz z kontextového menu.

Grafický vstup

Grafické okno umožňuje zobrazit objekty konstrukce zvoleným způsobem a se zvoleným popisem. Popis objektu nemusí být totožný s jeho (jednoznačným) názvem a může obsahovat i zobrazení hodnoty.

Pomocí nástrojů umístěných v **Hlavním panelu nástrojů** zadáváme v grafickém okně prvky geometrických konstrukcí. K dispozici jsou následující sady nástrojů:



Manipulace



Ukazovátko (výběr)
také klávesa **Esc**



Otočení kolem bodu



Záznam dat do tabulky

Bod



Nový bod



Průsečík



Střed (dvojice bodů nebo úsečky)

Přímky, úsečky a vektory



Přímka daná dvěma body



Úsečka daná dvěma body



Úsečka dané délky z bodu
(umožňuje otáčet koncový bod)



Polopřímka určená dvěma body



Vektor daný dvěma body



Vektor z bodu

Konstrukce přímek



Kolmice



Rovnoběžka



Osa úsečky



Osa úhlu



Tečny z bodu (ke kuželosečce či grafu f -ce
v jejím bodě, také tečny daného směru)



Polára (bodu vzhledem ke kuželosečce
či sdružený průměr)



Lineární regrese



Množina bodů (nedává analytické vyjádření,
nezobrazuje se v okně **Algebra**)

Kružnice a oblouky



Kružnice (střed a bod)



Kružnice (střed a poloměr)



Kružítko



Kružnice daná třemi body



Polokružnice (nad průměrem)



Oblouk daný středem a dvěma body



Oblouk daný třemi body



Kruhová výseč (střed a dva body)



Kruhová výseč (tři body)

Mnohoúhelníky



Obecný mnohoúhelník (není
zvláštní nástroj pro trojúhelník)



Pravidelný mnohoúhelník

Kuželosečky



Elipsa (ohniska a bod)



Hyperbola (ohniska a bod)



Parabola (ohnisko a řídicí přímka)



Kuželosečka (daná pěti body)

Měření a úhly



Úhel (měří se proti směru hod. ručiček; v n -úhelníku se vyznačí všechny jeho úhly)



Úhel dané velikosti (nanesení úhlu)



Vzdálenost (dvou bodů, délka úsečky)



Obsah (u n -úhelníků se obsah zobrazí také přímo v okně **Algebra**)



Spád (sklon, směrnice přímky)

Zobrazení



Osová souměrnost



Středová souměrnost



Kruhová inverze (zobrazuje pouze body)



Otočení



Posunutí



Stejnolehlost

Čísla a texty



Posuvník (tvorba a ovládání animací)



Zaškrtačací políčko (zobrazení/skrytí skupiny vybraných objektů)



Text (statický/dynamický text)



Obrázek (umožní vložení obrázku)



Vztah mezi objekty (zobrazí informativní textové pole, pouhý popis)

Servisní nástroje pro zobrazování



Posunout nákresnu (také přímo **Shift** či **Ctrl** + tažení myši)



Zvětšit



Zmenšit

} obojího dosáhneme rychleji **rolováním** kolečka na myši; návrat k výchozímu nastavení přes kontextové menu > **Standardní náhled**



Ukázat/skrýt objekt (více objektů)



Ukázat/skrýt popis (více popisů)



Kopírovat formát (vybereme vzorový objekt a následně všechny objekty, které mají tento formát převzít)



Zrušit objekt (také klávesa **Delete**)

Poznámka k sadě **Zobrazení**:

Uvedené nástroje lze zadávat i přes příkazovou řádku – zápisem příslušného příkazu se všemi jeho parametry zapsanými do hranatých závorek, oddělenými čárkami. Při zápisu příkazu nutno respektovat jazykovou verzi: např. v českém prostředí „Primka[A,B]“ zatímco ve verzi anglické „Line[A,B]“. Při změně nastavení jazyka se příkazy automaticky přeloží.

Poznámka k sadě **Čísla a texty**:

Posuvník obsahuje volby *mezí* a *kroku*. Posuvník se objeví v **Grafickém okně** automaticky také při zadání číselné proměnné pomocí **Příkazového řádku** – následně je třeba zobrazenou číselnou hodnotu v okně **Algebra** nechat zviditelnit v **Grafickém okně**.

Text – statický text (řetězec) se uvádí v uvozovkách, názvy proměnných a výrazy vně uvozovek se nahrazují vyčíslenou hodnotou; části se spojují znakem +. Vzorce lze zadávat také v syntaxi $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$.

Příkazová řádka

dovoluje vkládat další příkazy, které nelze zadávat v grafickém prostředí. Je to nástroj, kterým se GeoGebra přibližuje systémům CAS a není obsažen v jiných geometrických náčrtnících (Cabri, Geonext). Příkazů je velké množství – podporují (a přesahují) celé středoškolské téma *Funkce, Analytická geometrie a Diferenciální a integrální počet*.

Zadáváme-li do příkazové řádky funkci nebo logickou operaci, můžeme ji také vybrat z pomocné rozbalovací nabídky vpravo od příkazového řádku nebo alternativně zapsat pomocí klávesnice. Zápis z klávesnice odpovídá syntaxi např. JavaScriptu. Relace kolmost a rovnoběžnost je nutno zadat výběrem z pomocné nabídky.

Zadání *komplexního čísla* – např. $(1+i) * (1-i)$, $(1+i)/(1-i)$ apod. *Matice* se zadává po řádcích: $\{\{1, 2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \{7, 8, 9\}\}$ má první řádek 1 2 3 a první sloupec 1 4 7. Matice lze sčítat, odčítat, násobit, transponovat, invertovat, počítat determinant.

Přímý vstup

Kromě zadávání předdefinovaných příkazů je možné použít příkazovou řádku pro přímý vstup – zadání některých objektů. Pak je nutné respektovat několik syntaktických pravidel:

- Názvy příkazů zapisujeme *bez diakritiky* – přesně tak, jak jsou uvedeny v seznamu.
- Zadání ukončíme klávesou **Enter**.
- Desetinná čísla se zadávají s *desetinnou tečkou*.
- Ve výrazech lze používat konstantu pi, e pouze tehdy, nejmenuje-li se již tak nějaká použitá proměnná. Obě konstanty se dají vyvolat z pomocného výběrového okna.
- Znak násobení * lze nahradit *mezerou*.
- Zadání bodu: **A=(1.2, 4)** – kartézské souřadnice, **B=(1; 45°)** – polární souřadnice; zadání komplexního čísla: **C=2+i**; zadání vektoru: **a=(1.1, 7)** – jako bod, ale malým písmenem.
- Zadání funkce: **f(x)=abs(x-1)** nebo **f: y=abs(x-1)** (píšeme s rovnítkem). Pokud funkci nepojmenujeme, pojmenuje ji systém sám.
- Zadání obecné rovnice přímky a kuželosečky: **h: x^2+y^2=4** (uvozuje se dvojtečkou).
- Zadání (parametrické) přímky: napřed musíme definovat proměnnou, která bude parametrem a pak lze definovat např. **p: M=(-2, 0) + t(1, -2)**.

Historie a použití existujících objektů

Příkazy dříve zadané do příkazového řádku lze vyvolat a opětovně vložit kurzorovými klávesami. Chceme-li do aktuálně vkládaného příkazu vložit po řadě **Název**, **Hodnotu** nebo **Definici** existujícího objektu, označíme ho a požadované vložíme po řadě klávesami **F5**, **F4**, **F3**.

Příkazy dostupné z příkazové řádky

Popis uvedených příkazů, jejich parametry a výstupní hodnotu lze najít v nápovědě (Index). Některé jsou intuitivní, mnohé jsou zřejmým přepisem příkazů volitelných v **Grafickém okně**. Následuje aktuální seznam pro českou lokalizaci programu.

Asymptota	Krivost	Polara	SmerovyVektor
BinomickyKoeficient	KrokNaOseX	Polokružnice	Soucin
Bod	KrokNaOseY	Polomer	Soumernost
CelociselnyPodil	KruhOblouk3Body	Poloprimka	Spoj
CountIf	KruhObloukUhlu	Posledni	StandardniOdchylka
DeliciPomer	Kruhová VysecDanaUhlem	Posloupnost	Stejnolehlost
Delka	KruhVysecDanaObloukem	Posun	Střed
DelkaHlavniOsy	Kružnice	Primka	StredSoumernosti
DelkaVedlejsiOsy	Kuzelosečka	Pripojit	Suma
Derivace	LCM	Prumer	Sxx
Determinant	Maximum	PrumetX	Sxy
DolniSoucet	Mnohoclen	Prumety	Syy
Dvojpomer	Mnohouhelník	Prunik	TaylorovaRada
Elipsa	MnozinaBodu	Prusecik	Tecna
Excentricita	Mod	Prvek	Text
Extrem	Modus	Prvni	TextNaUnicode
FormulaText	NahodneBinomialne	Q1	TextovaTabulka
Funkce	NahodneMezi	Q3	Teziste
GCD	NahodneNormalne	Radek	Transponuj
Graf	NahodnePoissonovo	Regrese	TrapezodialSum
Histogram	NazevSloupce	RegreseExponencialni	Tridit
HlavniOsa	NechejJestli	RegreseLogaritmicka	Uhel
HorniSoucet	NormalniRozdeleni	RegreseLogisticka	UnicodeNaText
Hyperbola	NormalovyVektor	RegreseMocninna	UnicodeNaZnak
InflexniBod	NuloveBody	RegresePolynomicka	Usecka
Integral	ObdelnikovyDiagram	RegreseSin	Variance
InverseNormal	Objekt	RegreseX	VedlejsiOsa
Invert	OblastBunek	RidiciPrimka	Vektor
Iterace	Oblouk	RohovyBod	VektorKrivosti
JeCelociselne	Obratit	Rotace	Vlozit
JeDefinovan	Obsah	Rozklad	Vrchol
JednotkovyVektor	Obvod	Rozsirit	Vyber
JednotkovyNormVektor	OclstranitNedefinovane	SeznamIterace	Vysec
Jmeno	Ohnisko	SigmaXX	Vzdalenost
Kdyz	OsaUhlu	SigmaXY	Vztah
Kolmice	OsaUsecky	SigmaYY	Zjednodusit
KonstrukcniKrok	OskulacniKružnice	Sjednoceni	ZlomekText
KorelacniKoeficient	Osy	Sloupec	ZnakNaUnicode
Kovariance	Parabola	Smazat	
Krivka	Parametr	Smernice	

Poznámka k příkazům:

GCD = Greatest Common Divisor (or Denominator) = největší společný dělitel

LCM = Least (or Lowest) Common Multiple = nejmenší společný násobek

Q1, Q3 = 1. kvadrant, 3. kvadrant

Logické operace

Pokud zadáváme do příkazového řádku logickou operaci, můžeme příslušný operátor vybrat z pomocného rozbalovacího menu pole voleb a nebo alternativně zapsat pomocí klávesnice (zápis z klávesnice je podobný syntaxi např. JavaScriptu). Relace *kolmost* a *rovnoběžnost* je nutno zadat výběrem z pomocné nabídky.

Podporované funkce a operace

$+$, $-$, $*$, $/$, $!$ (faktoriál), závorky $()$	$\sin()$ sinus
$*$, <i>mezera</i> skalární součin	$\cos()$ kosinus
$^$ mocnina	$\tan()$ tangens
$x()$, $y()$ x-souřadnice, y-souřadnice	$\text{asin}()$ arkus sinus
$\text{abs}()$ absolutní hodnota	$\text{acos}()$ arkus kosinus
$\text{sgn}()$ signum x, znaménko x	$\text{atan}()$ arkus tangens
$\text{sqrt}()$ druhá odmocnina	$\sinh()$ hyperbolický sinus
$\text{cbrt}()$ třetí odmocnina	$\cosh()$ hyperbolický kosinus
$\text{random}()$ náhodné číslo v intervalu $(0, 1)$	$\tanh()$ hyperbolický tangens
$\text{exp}()$, e^x exponenciální funkce	$\text{asinh}()$ antihyperbolický sinus
$\ln()$, $\log()$ přirozený logaritmus	$\text{acosh}()$ antihyperbolický kosinus
$\text{ld}()$ logaritmus o základu 2	$\text{atanh}()$ antihyperbolický tangens
$\text{lg}()$ dekadický logaritmus	$\text{floor}()$ největší celé číslo menší n. rovné danému
$\text{round}()$ zaokrouhlení	$\text{ceil}()$ nejmenší celé číslo větší n. rovné danému

Užitečné klávesové zkratky

Alt + písmeno	Písmena řecké abecedy (např. Alt + a ... α)
Alt + Shift + písmeno	Velká řecká písmena (např. Alt + Shift + D ... Δ)
Alt + 2, Alt + 3	Exponent ² , exponent ³ (a další číselné exponenty)
Ctrl + Alt + C	Kopie hodnoty (nikoliv vzorce)
Alt + +	Plus-minus (\pm)
Alt + -	Minus-plus (\mp)
Alt + =	Nerovná se (\neq)
Alt + <	Menší nebo rovno
Alt + >	Větší nebo rovno
Ctrl + L	Výběr celé vrstvy
F2	Editovat objekt
F3	Vložit definici objektu
F4	Vložit hodnotu objektu
F5	Vložit název objektu
F9	Přepočítat (random)
Enter	Přepnutí mezi Grafickým oknem a Vstupním polem
Esc	Přechod do režimu výběru
Shift nebo Ctrl + myš	Posun nákresny
Kurzorové šipky	Pohyb v zápisu konstrukce, v historii Vstupního pole , zvýšení/snížení hodnoty posuvníku
Ctrl + kurzorové šipky	10× zvýší rychlost pohybu
Alt + kurzorové šipky	100× zvýší rychlost pohybu

Zpracováno podle předlohy „GeoGebra – přehled a stručný tahák“, Šárka Gergelitsová, Škola učitelů informatiky Lipnice nad Sázavou, srpen 2010; sazba a grafická úprava: © T. Mikulénka, leden 2011